CONGRESO DE JÓVENES INVESTIGADORES

Valladolid, 8-19 de junio de 2009

Autor: Ignasi Abío Roig (UPC, Barcelona, España).

Título: Crecimiento del grado en aplicaciones polinomiales del plano complejo.

Resumen: La exposición está centrada en demostrar el siguiente resultado de Ch. Favre y M. Jonsson en [**3**]:

Teorema 1. *Sea $F : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ una aplicación dominante. Entonces:*

- $\lambda := \lim_n \deg(F^n)^{1/n}$ *es un entero cuadrático.*
- *Se satisface una de las siguientes afirmaciones:*

$$o \begin{cases} \deg(F^n) \simeq \lambda^n, \\ \deg(F^n) \simeq n\lambda^n, \end{cases}$$

  y, en el caso de cumplirse la última, F es un skew product *en unas coordenadas adecuadas, es decir, existe una aplicación biracional ϕ tal que $(\phi^{-1} \circ F \circ \phi)(x, y) = (P(x), Q(x, y))$.*
- *Existe un entero positivo h y enteros a_j (para $j = 1, \ldots, h$) tales que*

$$\deg(F^{n+h}) = \sum_{j=0}^{h-1} a_j \deg(F^{n+j}),$$

  para todo $n \in \mathbb{N}$.

En particular, este teorema demuestra la conjetura de Bellon-Viallet en este caso (ver [**1**]).

Para probar este resultado se estudian las valoraciones centradas en el infinito. El conjunto de estas valoraciones tiene estructura de árbol real, según el sentido [**2**]. La demostración del resultado usa las nociones de *skewness* y *thinness*, así como el teorema de punto fijo de árboles reales completos.

Referencias

[1] Bellon, M.P. and Viallet, C.-M. Algebraic entropy, Comm. Math. Phys., 204, 425-437, (1999).
[2] Favre, C. and Jonsson, M. The valuative tree. First Edition. Ed. Springer, 2004.
[3] Favre, C. and Jonsson, M. Dynamical compactifications of $\mathbb{C}^2$. (`http://arxiv.org/abs/0711.2770`)

Autor: Clementa Alonso González (Universidad de Alicante, España).

Título: Topología de un campo de vectores cerca de una singularidad.

Resumen: En esta charla presentaremos el problema de la clasificación topológica de campos de vectores analíticos reales en dimensión tres a través de su parte principal y daremos algunos resultados relacionados.

Autor: David Blázquez Sanz (Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia) (trabajo conjunto con Sonat Suer)

Título: La teoría de Galois diferencial y la estructura de los grupos de automorfismos diferenciales.

Resumen: La teoría de Galois Diferencial nace a finales del s. XIX con la teoría de Picard Vessiot. Las ecuaciones diferenciales lineales se resuelven mediante extensiones de cuerpos diferenciales en las cuales los grupos de automorfismos son Grupos Algebraicos de matrices. En los

años 50 Kolchin desarrolla la teoría de las Extensiones Fuertemente Normales: extensiones de cuerpos diferenciales tales que los grupos de automorfismos son Grupos Algebraicos; también desarrolla la teoría de los Grupos Diferenciales Algebraicos. En los últimos años se han propuesto diversas generalizaciones de esta teoría, destacando los aportes de Malgrange Umemura, Pillay y Landesmann que han aportado distintas generalizaciones de la teoría de Galois diferencial. En las teorías de Pillay y Landesmann los grupos de automorfismos son Grupos Diferenciales Algebraicos. En la teoría de Umemura, se trata de una suerte de Grupoide Formal. La teoría de Malgrange, que es Geométrico Analítica, se basa en un grupoide de automorfismos locales. En esta charla analizamos la estructura de los grupos de automorfismos de extensiones diferenciales arbitrarias, caracterizando los casos en los que aparece una estructura natural de Grupo Diferencial Algebraico. Demostramos que las Extensiones Fuertemente Generalizadas de Pillay corresponden con el caso particular de las extensiones Normales, es decir, tales que el cuerpo base es el cuerpo de invariantes por los automorfismos. Las extensiones Fuertemente Normales Paramétricas de Landesmann son extensiones que se convierten en Extensiones Débilmente Normales después de cierta operación de clausura diferencial con respecto a los parámetros. Todas ellas pueden caracterizarse a través de la noción de split, no sobre las constantes sino sobre el cuerpo base. Conjeturamos que esta teoría (extendida al caso no normal) es equivalente a las propuestas por Malgrange y Umemura.

Referencias

[1] David Blázquez Sanz, Differential Galois Theory and Lie-Vessiot Systems, VDM Verlag 2008, 183p.
[2] Anand Pillay, Algebraic D-Groups and Differential Galois Theory, Pacific J. Math., Vol. 216, 2, (2004), 343-360.
[3] Hiroshi Umemura, Differential Galois Theory of Infinite Dimension, Nagoya Math. J., Vol. 144 (1996), 59-135.

Autor: Nuria Corral Pérez (Universidad de Cantabria, España).

Título: Foliaciones curva generalizada y modelos logarítmicos.

Resumen: Un germen de foliación holomorfa singular $\mathcal{F}$ en $(\mathbb{C}^2, 0)$ se dice que es una *foliación curva generalizada* si en su reducción de singularidades no aparecen singularidades de tipo silla-nodo. En particular, la reducción de singularidades de estas foliaciones coincide con la reducción de su curva de separatrices. Ejemplos de este tipo de foliaciones son las foliaciones hamiltonianas $df = 0$ dadas por los niveles de una función analítica $f \in \mathbb{C}\{x, y\}$ o las foliaciones logarítmicas que son aquellas definidas por

$$f_1 \cdots f_r \sum_{i=1}^{r} \lambda_i \frac{df_i}{f_i} = 0$$

donde $f_i \in \mathbb{C}\{x, y\}$ y $\lambda_i \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$.

Veremos que toda foliación curva generalizada no dicrítica $\mathcal{F}$ se puede aproximar por una foliación logarítmica $\mathcal{L}$, denominada *modelo logarítmico* de $\mathcal{F}$, de forma que $\mathcal{F}$ y $\mathcal{L}$ tienen la misma curva de separatrices y los mismos índices de Camacho-Sad. Además, describiremos algunas propiedades que comparten una foliación y su modelo logarítmico.

Autor: Helisson Coutinho (UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil).

Título: Affine Group Actions on Stein Manifolds.

Resumen: We present some results about holomorphic action of Aff($\mathbb{C}$) on Stein manifolds. For such action we obtain local forms around a singularity of the induced foliations. Studying the basin of attraction of a *regular dicritic* singularity we prove that a Stein 3-manifold who admit an action of Aff($\mathbb{C}$) with such singularity is biholomorphic to $\mathbb{C}^3$. We also prove a (Reeb) stability theorem for (possible singular) holomorphic foliations given by an affine group actions.

Autor: Arturo Ulises Fernández (IMPA, Rio de Janeiro, Brasil).

Título: Sobre formas normales de hipersuperficies Levi-flat y foliaciones holomorfas.

Resumen: Nuestro interés es obtener formas normales de hipersuperficies Levi-flat real analítica módulo cambio de coordenadas holomorfo, para esto usamos técnicas de la teoría de foliaciones holomorfas.

Autor: Lázaro René Izquierdo Fábregas (*), Mariano Rodírguez Ricard, Julián Sarría González Universidad de las Ciencias Informáticas, La Habana, Cuba).

Título: Bifurcación de Hopf en un modelo de presa-depredador con Efecto Allee.

Resumen: En años recientes, muchos teóricos y experimentalistas se han concentrado en los procesos que afectan la estabilidad de sistemas de presa-depredador. Pero pocos artículos se han dirigido al estudio del efecto de Allee como un fenómeno el cual afecta la estabilidad de los sistemas de presa-depredador lo cual lo hace un parámetro de control importante. En este trabajo, se selecciona un modelo clásico de presa-depredador y se introduce el efecto de Allee en la dinámica poblacional de presas, asumiendo que la dinámica poblacional del depredador es logística. El único punto de equilibrio positivo del sistema, podría ser cambiado de estable a inestable o de otra manera según el efecto de Allee. Se estudia el impacto del efecto de Allee sobre la estabilidad del modelo y se muestra bajo que condiciones existe una bifurcación de Hopf entorno a los valores críticos del parámetro del efecto de Allee.

Autor: Alberto Lastra Sedano (Universidad de Valladolid, España).

Título: Problema de momentos de Stieltjes en los espacios de Gelfand-Shilov generales.

Resumen: Se tratará el problema de momentos de Stieltjes en el marco de de los espacios de Gelfand-Shilov generales, subespacios del espacio de las funciones complejas de decrecimiento rápido, definidos imponiendo cotas adecuadas en sus elementos en términos de una sucesión $\mathbf{M}$. Se establecerá una generalización de un resultado de J. Chung, S.-Y. Chung y D. Kim en la que los exponentes que intervienen en el cálculo de la sucesión de momentos no se reduce a los números naturales.

Autor: Alberto Llorente Mediavilla (Universidad de Valladolid, España).

Título: Cálculos híbridos numérico-simbólicos con grupos de Galois de ecuaciones diferenciales.

Resumen: La exactitud del cálculo simbólico se puede ver reforzada por cierto tipo de cálculo numérico de precisión arbitraria permitiendo calcular generadores del grupo de Galois de una ecuación diferencial y la componente conexa de la identidad de éste, permitiendo el cálculo exacto de las soluciones liouvillianas y de la factorización de operadores diferenciales como alternativa a los algoritmos simbólicos existentes.

Autor: Lorena López Hernanz (Universidad de Valladolid, España).

Título: Curvas parabólicas y separatrices en $\mathbb{C}^2$.

Resumen: Se sabe que todo difeomorfismo F tangente a la identidad en $\mathbb{C}^2$ con el origen como punto fijo aislado admite curvas parabólicas, es decir, dominios unidimensionales que son invariantes y atraídos por el origen bajo la acción de F. Estas curvas parabólicas están fuertemente relacionadas con las separatrices de Camacho y Sad del campo de vectores formal cuyo flujo en tiempo 1 es el difeomorfismo F. En la charla intentaremos precisar dicha relación.

Autor: Santiago Mazuelas Franco (Universidad de Valladolid, España).

Título: Interpretación Proyectiva de las Geometrías Métricas, Equiformes e Inversivas.

Resumen: La estructura de espacio afín métrico se define usualmente mediante cuatro objetos: un conjunto, un espacio vectorial real, una acción del espacio vectorial sobre el conjunto y una forma bilineal simétrica sobre el espacio vectorial, siendo el último objeto el que determina la métrica del espacio. Como alternativa y siguiendo la idea de Cayley podemos plantearnos la pregunta de si todas las Geometrías son especializaciones de la Geometría Proyectiva. La pregunta tiene considerable interés práctico. Usando la estructura de espacio afín métrico en la forma descrita en el primer párrafo, los grupos de movimientos y equiforme se representan como grupos matriciales, sin embargo el grupo conforme no tiene una representación lineal, y lo mismo sucede con los grupos similares para las Geometrías no euclídeas. Si pudiéramos alcanzar el objetivo de Cayley, todos los grupos de transformaciones geométricas serían subgrupos del grupo proyectivo, y en consecuencia admitirían representaciones lineales pro- yectivas. En este charla presentaré una introducción al estudio sistemático de las representaciones de los espacios afines métricos desde un punto de vista proyectivo, viendo que la forma natural de presentar un espacio afín métrico es mediante un espacio proyectivo especializado con la adjunción de una cuádrica. Esta representación es intrínseca ya que la cuádrica que se adjunta viene dada por los ciclos que caracterizan dicha estructura métrica. Por lo tanto, clasificar las Geometrías Métricas es lo mismo que clasificar cuádricas proyectivas. En este contexto, se pueden definir razones trigonométricas o funciones exponenciales de forma sencilla mediante razones dobles para cualquier cuerpo base. Además, de esta forma, las transformaciones conformes (inversivas) se representan mediante grupos de matrices. Por otra parte, también trasladaré el esquema: Grupo conforme - Transformaciones de Moebius - Proyectividades de la recta proyectiva compleja, a situaciones mas generales, mediante estructuras de las álgebras finito-dimensionales sobre cuerpos. Definiré las rectas proyectivas sobre álgebras con divisores de cero mostrando que para Algebras de dimensión dos la representación de los espacios métricos mediante cuádricas y mediante rectas proyectivas sobre álgebras es totalmente equivalente sea cual sea el cuerpo base.

Autor: Víctor Muñoz Villarragut (Universidad de Valladolid, España).

Título: Orden exponencial para ecuaciones diferenciales con retardo infinito.

Resumen: Estudiamos el semiflujo triangular monótono definido por una familia de ecuaciones diferenciales con retardo infinito. Introducimos para ello un nuevo orden más general que el usual y que viene a generalizar el orden exponencial introducido por Smith y Thieme. Probamos que los conjuntos omega-límite son 1-copias del flujo de la base bajo condiciones de separación componente a componente y de estabilidad uniforme, dando así versiones de retardo infinito de resultados previos de Krisztin y Wu entre otros.

Autor: María Pérez Fernández de Córdoba (Universidad de Santiago de Compostela, España).

Título: Número de ramificación asociado a una laminación.

Resumen: El número de ramificación de un árbol, introducido por Russell Lyons, representa el número medio de ramas que salen de un vértice. Además de su interés intrínseco, el número de ramificación juega un papel importante en ciertos procesos probabilísticos como las marchas aleatorias o la percolación.

Nuestro trabajo consiste en extender dicho concepto al contexto de las laminaciones medibles dotadas de una medida invariante respecto del pseudogrupo de holonomía. Recordemos que una laminación es una descomposición de un espacio topológico en subvariedades de la misma dimensión modeladas tranversalmente por un espacio boreliano estándar.

El número de ramificación asociado a una laminación nos da una idea de la complejidad de su dinámica. De hecho, nuestro resultado principal prueba que la entropía es nula cuando el número de ramificación es igual a 1.

Autor: Javier Ribón Herguedas (UFF, Niterói, Brasil).

Título: Multi-sumabilidad en sistemas dinamicos discretos.

Resumen: Un “unfolding”de un difeomorfismo tangente a la identidad tiene un generador infinitesimal. Utilizando flujos reales asociados a campos de vetores analíticos complejos podemos construir campos de vetores de Lavaurs. Son los candidatos naturales a sumas del generador infinitesimal en dominios sectoriales. Explicaremos como es necesario considerar flujos auxiliares mas generales para probar la multi-sumabilidad del generador infinitesimal en la variable parámetro. Terminaremos dando aplicaciones a la clasificacion analítica de unfoldings.

Autor: Marianna Ravara Vago (UFMJ, Belo Horizonte, Brasil).

Título: About One Conjecture of M. Brunella.

Resumen: We worked with part of the following article:

Dominique Cerveau, Pinceaux Linéaires de Feuilletages sur CP(3) et Conjecture de Brunella, Publ. Mat. 46 (2002), 441-451.

This article presents the Conjecture of Brunella, which states that a holomorphic foliation with codimension one, in the complex projective space P3, either has an invariant algebraic surface or it has a sub-foliation in algebraic curves. In our work, we proved the theorem that states that the Conjecture of Brunella is true for a generic element of a linear axis of foliations. In order to prove that theorem, we first define the curvature of an axis, a concept that is vital for the demonstration. We then separate the proof in two cases: axis with zero curvature and those whose curvature is non-zero. If the curvature of an axis is zero, we have the first situation of the conjecture. We then proceed with the demonstration of the theorem, now considering that the curvature of the axis is non-zero. We construct the field of first integrals of the foliation, and again we separate the proof in two cases: if that field has two generically independent elements, we have the second situation of the conjecture. If not, we use Luröths Theorem to conclude we have the first situation.